数学

全体を通して

１小問集合、２二次関数、３場合の数・確率・データの活用、４平面図形、５空間図形 の５題構成で広い分野から出題をしています。例年、図形の問題や図形に関わる問題で差がつく傾向があります。

差のついた問題について

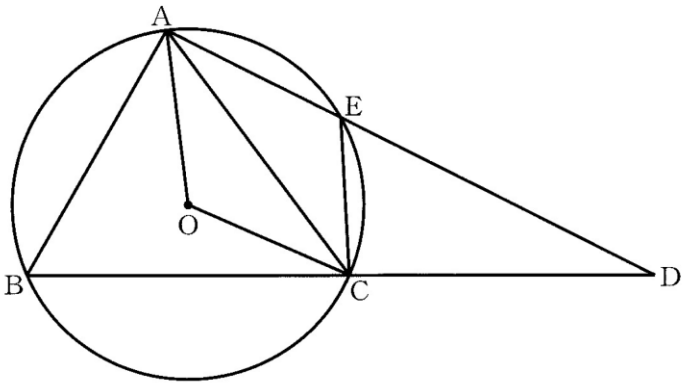
2023 年度入試の差のついた一問は平面図形の問題と空間図形の問題となりました。差のついた平面図形の問題は第１回の４の(2)です。∠ABC＝60° という条件から、三平方の定理を利用できる直角三角形を作るために補助線を引くことを考えます。その際に∠ABC の条件を活かすために点 A から垂線を下ろすことに気付けるかどうかがポイントとなります。空間図形の問題は第２回の５の(1)です。空間図形の問題ではありますが、平面図形の性質を利用するために面 ABCD に着目します。面 ABCD に着目することに気付くことができれば、ひし形の性質や三平方の定理や中点連結定理を利用して長さを求めることができます。

第１回　４の問題

4　半径 10 cm の円 O の周上に 3 点 A，B，C があり，AB＝16 cm，∠ABC＝60° である。

線分 BC を C の方に延ばした直線上に，AC＝CD となるような点 D をとる。

線分 AD と円 O との交点のうち，点 A と異なる方を E とする。



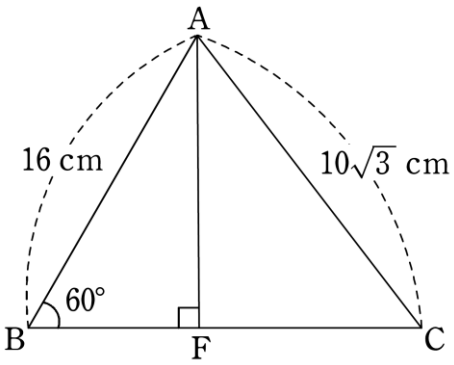
(1)　AC＝[ア][イ]$\sqrt{}$[ウ] cm

(2)　BC＝([エ]＋[オ]$\sqrt{}$[カ]) cm

(3)　AD＝[キ]$\sqrt{}$[ク][ケ] cm

(4)　CE＝[コ]$\sqrt{}$[サ] cm

差のついた　第 1 回　4 の(2)の解説



点 A から直線 BC に垂直な直線を引き，
この直線と直線 BC との交点を F とする。
直角三角形 ABF において，∠ABF＝60° であるから

$\mathrm{BF} : \mathrm{AB} : \mathrm{AF} = 1 : 2 : \sqrt{3}$

が成り立つ。よって，AB＝ 16 cm であるから

BF＝ 8 cm，AF＝ $8\sqrt{3}$ cm となる。

さらに，直角三角形 AFC において，三平方の定理により

$\mathrm{FC} = \sqrt{\mathrm{AC}^2 - \mathrm{AF}^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 - (8\sqrt{3})^2} = 6\sqrt{3}$ (cm)

となる。
したがって，

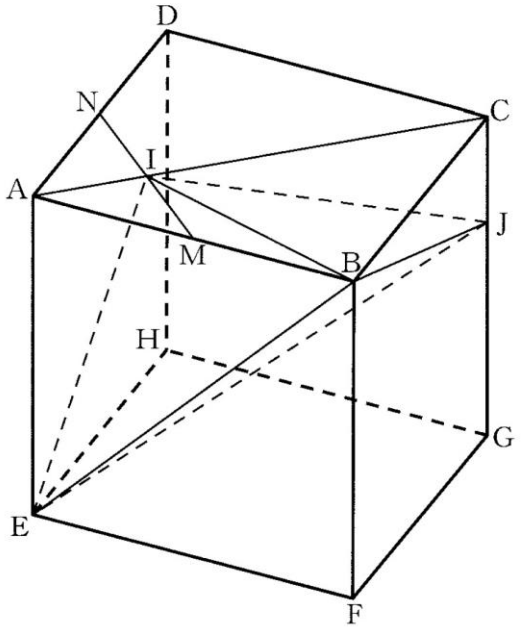
$\mathrm{BC} = \mathrm{BF} + \mathrm{FC} = (8 + 6\sqrt{3})$ cm

を得る。

第 2 回　5 の問題

5　底面がひし形で，側面が正方形の四角柱 ABCD－EFGH があり，AB＝9 cm，AC＝12 cm である。

辺 AB，AD の中点をそれぞれ M，N とし，
線分 MN と線分 AC との交点を I とする。
辺 CG 上に，CJ＝3 cm となるような点 J をとる。



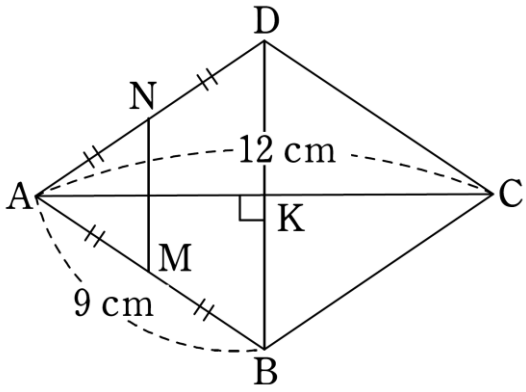
(1)　MN＝ア$\sqrt{\text{イ}}$ cm

(2)　IJ＝ウ$\sqrt{\text{エオ}}$ cm

(3)　△EIJ の面積は カキ cm^2

(4)　四面体 BEIJ の体積は クケ$\sqrt{\text{コ}}$ cm^3

差のついた　第２回　５の(1)の解説



線分DBと線分ACとの交点を K とする。
四角形ABCDは平行四辺形でもあるから，
対角線はそれぞれの中点で交わる。

よって，$\mathrm{KB}=\frac{1}{2}\mathrm{DB}$，

$$\mathrm{AK}=\frac{1}{2}\mathrm{AC}=\frac{1}{2}\times 12=6\ (\mathrm{cm})$$

となる。また，四角形ABCDはひし形であるから，
対角線は垂直に交わる。
よって，$\angle \mathrm{AKB}=90^\circ$ であるから，直角三角形ABK
において，三平方の定理により

$$\mathrm{KB}=\sqrt{\mathrm{AB}^2-\mathrm{AK}^2}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}\ (\mathrm{cm})$$

となる。
よって，$\mathrm{DB}=2\mathrm{KB}=2\times 3\sqrt{5}=6\sqrt{5}$ (cm) となる。
したがって，△ABDにおいて，中点連結定理により

$$\mathrm{MN}=\frac{1}{2}\mathrm{DB}=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{5}=3\sqrt{5}\ (\mathrm{cm})$$

を得る。